MPSI 832☣

2024-2025

# Programme de colles du 3 au 7 février

---

## Algèbre linéaire

- 2 définitions équivalentes de symétrie de $E$.

## Polynômes

- Définitions (un polynôme à une indéterminée à coefficients dans $\mathbb{K}$ est une suite nulle à partir d'un certain rang)
- degré, coefficient, coefficient dominant, polynôme unitaire.
- Produit de 2 polynômes.
- Structure de l'ensemble des polynômes à coefficients dans $\mathbb{K}$.
- Intégrité de l'anneau des polynômes, inversibles.
- Indéterminée : définition et propriétés, introduction de $\mathbb{K}[X], \mathbb{K}_n[X]$
- Divisibilité dans $\mathbb{K}[X]$. Définition, polynômes associés. Division euclidienne dans $\mathbb{K}[X]$.
- PGCD de 2 polynômes, algorithme d'Euclide,couple de Bezout, polynômes premiers entre eux, théorème de Gauss.
- PPCM de 2 polynômes, propriétés.
- Polynômes irréductibles : définition et propriétés. Décomposition en produit d'irréductibles.
  **Attention nous ne ferons pas d'exercices sur les polynômes avant jeudi donc on ira tout doucement en début de semaine. Vous pouvez les utiliser néanmoins comme objet d'un Kev**

## Preuves exigibles

- Définition de symétrie, d'involution linéaire. . Montrer qu'une involution linéaire est une symétrie.
- Exercice type : Si $f \in \mathcal{L}(E)$ vérifie $f^2 - 3f + 2id = 0$
  Montrer que $Ker(f-id) \oplus Ker(f-2id) = E$ Exprimer la projection sur $Ker(f-d)$ parallèlement à $Ker(f-2id)$
- Intégrité de l'anneau $\mathbb{K}(X)$ et inversibles de $\mathbb{K}[X]$
- Si $X = (\delta_{n,1})_{n\in\mathbb{N}}$ alors $\forall p \in \mathbb{N}, X^p = (\delta_{n,p})_{n\in\mathbb{N}}$
- Division euclidienne dans $\mathbb{K}[X]$.
- un polynôme de degré 1 est irréductible. On donnera la définition d'irréductible.
- Montrer que tout polynôme de degré $\geqslant 1$ possède un diviseur irréductible.

Je vous souhaite de bonnes Khôlles ☻

*Laetitia Petion*