Programme de Khôlles du 17 au 21 Mars

Espaces vectoriels de dimension finie

- Définitions des formes linéaires,des hyperplans d'un Kev quelconque, cas de la dimension finie. Base de $\mathcal{L}(E, \mathbb{K})$
- Etude des suites $(u_n)_{n\in\mathbb{N}}$ définies par $\forall n \in \mathbb{N} \quad u_{n+2} = au_{n+1} + bu_n$ Structure des solutions.

Matrices

- Définition et structure de $\mathcal{M}_{n,p}(K)$.
- Matrice d'une famille de vecteurs dans une base, d'une application linéaire.Isomrphisme entre $\mathcal{L}(E, F)$ et $\mathcal{M}_{n,p}(\mathbb{K})$.
- Définition du produit de 2 matrices, propriétés immédiates : associativité, distributivité,élément neutre. Structure d'anneau de $\mathcal{M}_n(\mathbb{K})$

Preuves exigibles

- Montrer que les deux définitions d'hyperplans (noyau d'une forme linéaire non nulle et sev ayant un supplémentaire de dimension 1) sont équivalentes.
- Si E est un $\mathbb{K}$ ev de dimension $n \geqslant 1$ de base $\mathcal{B} = (e_1, \ldots, e_n)$, définir $\forall i \in [\![1, n]\!], e_i^*$ et justifier que $(e_1^*, \ldots, e_n^*)$ est une base de $\mathcal{L}(E, \mathbb{K})$
- Intersection de p hyperplans de E de dimension n est de dimension au moins $n - p$
- Tout espace de dimension $n - p$ peut se décomposer en intersection de p hyperplans de E de dimension n lorsque $n \geqslant 2$ et $p \in [\![1, n]\!]$
- Donner le tableau récapitulatif de la forme des suites définie par une relation linéaire d'ordre 2 en fonction du nombre de solution de (EC)
- Structure de $\mathcal{M}_{n,p}(K)$.
- Formule $E_{i,j}E_{k,l} = \delta_{j,k}E_{i,l}$
- $(\mathcal{M}_n(\mathbb{K}), +, \times)$ est un anneau.
- Soit $A = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 1 \end{pmatrix}$ et $B = \begin{pmatrix} 0 & 1 & 1 \\ 1 & 0 & 1 \\ 1 & 1 & 0 \end{pmatrix}$. Calculer A^n et B^n

ATTENTION : Cette semaine, on ira tout doucement sur les matrices, nous n'avons fait aucun exercice, les matrices inversibles ne sont pas au programme, pas de changement de bases.... Par contre toute la dimension finie est au programme

Je vous souhaite de bonnes Khôlles

Laetitia Petion